

Писмени испит из Геометрије 5, смерови Р и Н, 05.09.2017.

1. (а) У оријентисаном еуклидском простору $\mathbb{E}^3$ дата је трансформација Φ својим формулама у односу на ортонормирани репер $Oe_1e_2e_3$: $x' = -5x + 12z - 6$, $y' = -13y + 56$, $z' = -12x - 5z + 18$. Доказати да је Φ сличност, одредити основне компоненте и скицирати путању тачке.
(б) Одредити формуле фамилије афиних пресликавања у односу на фиксирани репер Oe афине равни тако да се координатне осе Ox и Oy пресликавају редом на праве $2x + 3y + 1 = 0$ и $x - y - 7 = 0$. Одредити међу добијеним пресликавањима она која нису афине трансформације, као и све дилатације.
2. Елипса $\mathcal{E}$ еуклидске равни додирује странице AB , BC , CD , DA четвороугла $ABCD$ редом у тачкама P , Q , R , S .
(а) Доказати да важи $AP \cdot BQ \cdot CR \cdot DS = AS \cdot BP \cdot CQ \cdot DR$.
(б) Доказати да су праве AC , BD , PR , QS конкурентне.
3. Коника пројективне равни $\mathbb{RP}^2$ одређена је тачкама A , B , C , D у општем положају и тангентом a у тачки A . Нека је E произвољна тачка праве a , различита од A .
(а) Конструисати другу пресечну тачку конике и праве DE .
(б) Конструисати полару тачке E , као и другу тангенту из тачке E (различиту од a) на дату конику.
4. У троуглу ABC еуклидске равни тачке P , Q , R су подножја висина из темена A , B , C , редом, а тачке D , E , F су средишта страница BC , CA , AB , редом. Доказати да важи $\mathcal{H}(PQ, PR; PA, PB)$ и $\mathcal{H}(DE, DF; DA, DB)$.

Писмени испит из Геометрије 5, смерови Р и Н, 05.09.2017.

1. (а) У оријентисаном еуклидском простору $\mathbb{E}^3$ дата је трансформација Φ својим формулама у односу на ортонормирани репер $Oe_1e_2e_3$: $x' = -5x + 12z - 6$, $y' = -13y + 56$, $z' = -12x - 5z + 18$. Доказати да је Φ сличност, одредити основне компоненте и скицирати путању тачке.
(б) Одредити формуле фамилије афиних пресликавања у односу на фиксирани репер Oe афине равни тако да се координатне осе Ox и Oy пресликавају редом на праве $2x + 3y + 1 = 0$ и $x - y - 7 = 0$. Одредити међу добијеним пресликавањима она која нису афине трансформације, као и све дилатације.
2. Елипса $\mathcal{E}$ еуклидске равни додирује странице AB , BC , CD , DA четвороугла $ABCD$ редом у тачкама P , Q , R , S .
(а) Доказати да важи $AP \cdot BQ \cdot CR \cdot DS = AS \cdot BP \cdot CQ \cdot DR$.
(б) Доказати да су праве AC , BD , PR , QS конкурентне.
3. Коника пројективне равни $\mathbb{RP}^2$ одређена је тачкама A , B , C , D у општем положају и тангентом a у тачки A . Нека је E произвољна тачка праве a , различита од A .
(а) Конструисати другу пресечну тачку конике и праве DE .
(б) Конструисати полару тачке E , као и другу тангенту из тачке E (различиту од a) на дату конику.
4. У троуглу ABC еуклидске равни тачке P , Q , R су подножја висина из темена A , B , C , редом, а тачке D , E , F су средишта страница BC , CA , AB , редом. Доказати да важи $\mathcal{H}(PQ, PR; PA, PB)$ и $\mathcal{H}(DE, DF; DA, DB)$.